

Mathematik

Serie 1 - Lösungen

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Max. Punktezahl: 100 Punkte

Bewertungshinweise:

Mehrfachlösungen sind nicht gestattet.

Als Resultate gelten nur eindeutig gekennzeichnete Zahlen, Mengen oder Sätze

Die Diagramme müssen korrekt beschriftet sein.

Bei fehlenden Antwortsätzen oder Lösungsmengen werden Punkte abgezogen.

Bei den einzelnen Ausrechnungsteilschritten gilt allgemein:

1. Fehler: Abzug von 50% der maximalen Punktzahl dieses Teilschritts
2. Fehler: 0 Punkte für diesen Teilschritt

Es gibt keine halben Punkte

Ist bei grafischen Lösungen die zugrunde liegende Funktionsgleichung falsch, diese falsche Funktion jedoch korrekt gezeichnet, müssen die Punkte für die grafische Darstellung gegeben werden.

Als Grundlage gilt das Dokument „Mathematik: Hinweise zur Lösungsdarstellung“ vom 02.12.1998

Dieser Lösungs- und Bewertungsschlüssel darf nur von Mathematik-Lehrenden kaufmännischer Berufsschulen verwendet werden. Insbesondere darf er in späteren Jahren im Unterricht zu Übungszwecken nicht 1:1 kopiert und an Lernende abgegeben werden. Jede weitere Verwendung der Originalprüfung wie auch dieses Schlüssels bedarf der Bewilligung der Kommission Kaufmännische Berufsmatura, Kt. ZH. Kommerzielle Verwendung - auch nur auszugsweise - bleibt untersagt.

Aufgabe 1

8 Punkte

Eine Schulklasse befindet sich im Sprachaufenthalt. Jedes Mädchen kauft 4 Jeans und 5 Pullover, jeder Junge eine Jeans weniger als seine Klassenkameradinnen, dafür aber 7 Pullover. Zusammen kauft die Klasse 65 Jeans und 117 Pullover.

Wie viele Mädchen und wie viele Jungen hat es in der Klasse?

Lösungsdetails		Punkte
$x = \text{Anzahl Mädchen}$ $y = \text{Anzahl Jungen}$		
$4x + 3y = 65$		2
$5x + 7y = 117$		2
$x = 8, y = 11$ 8 Mädchen und 11 Jungen		3,1
Abzüge:	Fehlender Antwortsatz	-1
	Fehlende Variablen-Definition	-1

Aufgabe 2

8 Punkte

- a) Ein Schwimmbassin wird durch zwei Rohre in zwei Stunden gefüllt. Wie lange hat jedes Rohr alleine, wenn das eine Rohr 100 Minuten länger hat als das andere?

Stellen Sie die entsprechende Gleichung auf, **ohne** sie zu lösen.

Lösungsdetails		Punkte
$x = \text{Zeit Rohr 1}$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+100} = \frac{1}{120}$		4
Abzüge:	Fehlende Variablen-Definition	-1

- b) Bestimmen Sie für die folgende Gleichung die Parameter a, b und c der abc-Formel (**eine Lösung für x wird nicht verlangt**).

$$\frac{x-e}{1-e} + \frac{1}{x} = 3$$

Lösungsdetails		Punkte
$x^2 - ex + 1 - e = 3x - 3ex$ $x^2 + 2ex - 3x + 1 - e = 0$ $x^2 + (2e - 3)x + (1 - e) = 0$ $a = 1, b = (2e - 3), c = (1 - e)$		1 je 1
Abzüge:		

Aufgabe 3

14 Punkte

Ein Händler möchte in seinem Geschäft Flachbildfernseher verkaufen. Er bietet zwei unterschiedliche Grössen an: 32-Zoll-Fernseher (x) und 42-Zoll-Fernseher (y). Er beabsichtigt, maximal CHF 50'000.– dafür zu investieren. Die 32-Zoll-Fernseher kosten im Einkauf je CHF 450.–, die mit 42 Zoll kosten je CHF 700.–. Aus Erfahrung weiss er, dass er von den kleineren mindestens 20% mehr als von den grossen benötigt, aber nicht mehr als doppelt so viele. Da sein Lager nicht sehr gross ist, kann er maximal 80 Fernseher einkaufen. Er beabsichtigt, die 32-Zoll-Fernseher für CHF 600.– und die mit 42 Zoll für CHF 950.– zu verkaufen.

- a) Erstellen Sie das lineare Programm und formulieren Sie die Zielfunktion für den maximalen Gewinn.

Lösungsdetails		Punkte
a)	Lineares Programm	
	$x = \text{Anzahl } 32'', y = \text{Anzahl } 42''$	
	(1) $450x + 700y \leq 50'000$	1
	(2) $x \geq 1.2y$	1
	(3) $x \leq 2y$	1
	(4) $x + y \leq 80$	1
	$Z_{\max} z = 150x + 250y$	1
Abzüge:	Fehlende Variablen-Definition	-1

Die Marktsituation veranlasst den Händler, die Zahlen etwas anzupassen.

Sein neues lineares Programm lautet:

- (1) $4y \leq 5x$
 - (2) $300x + 600y \leq 39'000$
 - (3) $5y \geq 2x$
 - (4) $500x + 500y \leq 47'500$
- Z_{\max} : $z = 105x + 150y$

- b) Stellen Sie das lineare Programm auf dem beigelegten Millimeterpapier grafisch dar.
- c) Wie viele 42-Zoll-Fernseher und wie viele 32-Zoll-Fernseher sind einzukaufen, wenn der Gesamtgewinn möglichst gross sein soll?
- d) Wie gross ist dieser Gewinn?

Lösungsdetails		Punkte
<p>b) Grafik</p> <p>Pro Gerade 1 Pt, z_{\max}/P_{\max} 1 Pt, Polygon 1 Pt</p>		7
c)	Gewinnmaximum: 60 32-Zöller, 35 42-Zöller	1
d)	Maximaler Gewinn: CHF 11'550.–	1
Abzüge:	pro fehlende Beschriftung (max -2)	-1
	Fehlender Antwortsatz	-1

Aufgabe 4

15 Punkte

Ihre Firma produziert Knöpfe. Die Produktion von 10'000 Knöpfen kostet CHF 2'000.–, die von 30'000 Stück kostet CHF 2'600.–.

Ab 50'000 Knöpfen betragen die Stückkosten nur noch 2 Rappen, da die Maschinen besser ausgelastet werden können. Sie verkaufen das 100er-Pack zu CHF 4.20.

- Ermitteln Sie die Kostenfunktionen für die Produktion von Knöpfen. Verwenden Sie als Einheit 100er-Pakete.
- Ermitteln Sie die Erlösfunktion für deren Verkauf.
- Stellen Sie die beiden Kostenfunktionen und die Erlösfunktion in einem geeigneten Diagramm auf dem beigelegten Millimeterpapier dar.
- Ermitteln Sie die Gewinnfunktionen (unter 50'000 / ab 50'000 Knöpfen) sowie die Gewinnschwelle.
- Fügen Sie die Gewinnfunktionen und die Gewinnschwelle ins Diagramm ein.

Lösungsdetails		Punkte
a)	$y_{k1} = 3x + 1700 \quad (x \leq 500)$ $y_{k2} = 2x + 2200 \quad (x > 500)$	2 2 1(Grenze)
b)	$y_e = 4.2x$	1
d)	$y_{g1} = 1.2x - 1700 \quad (x \leq 500)$ $y_{g2} = 2.2x - 2200 \quad (x > 500)$ GS = 1000 * kein Folgefehler	2 1* 1
c/e)		5
Abzüge:	pro fehlende Beschriftung (max -2)	-1

Aufgabe 5

16 Punkte

Der Graph einer quadratischen Funktion $f: y = -2x^2 + 3.5x + 5$ sowie die Gerade h schneiden sich im Punkt $P(2/4)$. Ausserdem schneidet h die x -Achse bei -4 .

- Bestimmen Sie den zweiten Schnittpunkt der beiden Funktionen.
- Bestimmen Sie den Scheitelpunkt der Parabel f .
- Bestimmen Sie die Nullstellen und den Schnittpunkt der Parabel f mit der y -Achse.
- Stellen Sie die beiden Funktionen auf dem beigelegten Millimeterpapier grafisch dar und bezeichnen Sie alle berechneten Punkte.

Lösungsdetails		Punkte
a)	Lin. Funktion: $y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ $S_1(-\frac{7}{12} / \frac{41}{18}), S_1(-0.58/2.28), S_2(2/4)$	2 4
b)	$S(\frac{7}{8} / 6.53)$	2
c)	$N_1(-0.93/0), N_2(2.68/0)$ $S_y(0/5)$	3 1
d)		3 (f) 1 (h)
Abzüge:	pro fehlende Beschriftung (max. -2)	-1

Aufgabe 6

4 Punkte

Zur quadratischen Funktion $f: y = ax^2 - 3x + c$ gehören die Nullstellen $N_1 (-1/0)$ sowie $N_2 (7/0)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung, indem Sie die Parameter a und c bestimmen (**ohne Grafik**).

Lösungsdetails		Punkte
$a = 0.5$		2
$c = -3.5$		1
$y = 0.5x^2 - 3x - 3.5$		1
Abzüge:		

Aufgabe 7

7 Punkte

Ermitteln Sie die Lösungsmenge für die folgenden Gleichungen.

a) $\log_e \sqrt{e} = x$

Lösungsdetails	Punkte
$\log_e e^{\frac{1}{2}} = x$ $\mathbb{L} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$	2

b) $\log_{\sqrt{3}} 27 = x$

Lösungsdetails	Punkte
$\log_{\frac{1}{3^2}} 3^3 = x$ $\mathbb{L} = \{6\}$	2

c) $8^x = 3^{x+5}$

Lösungsdetails		Punkte
$x \cdot \log(8) = (x + 5) \cdot \log(3)$ $\mathbb{L} = \{5.6\}$		1 2
Abzüge:	Keine Lösungsmenge (für ganze Aufgabe max -2)	-1

Aufgabe 8

16 Punkte

Vereinfachen Sie die folgenden Terme so weit wie möglich.

a) $x^{\frac{7}{6}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[6]{x^{-9}}$

Lösungsdetails	Punkte
$x^{\frac{1}{3}}$	3

b) $\sqrt[6]{x \cdot \sqrt{x^4}} \cdot \sqrt{x^{-1}}$

Lösungsdetails	Punkte
1	3

c) $\frac{am+bm-an-bn}{a^2-b^2}$

Lösungsdetails	Punkte
$\frac{m-n}{a-b}$	3

d) $\frac{81x^8-16z^4}{3x^2+2z}$

Lösungsdetails	Punkte
$(9x^4 + 4z^2)(3x^2 - 2z)$	3

e) $\frac{\frac{3a-6}{3a^2-12a+12}}{\frac{2a+2}{2a^2-2a-4}}$

Lösungsdetails	Punkte
1	4

Aufgabe 9

12 Punkte

Daria plant nach ihrer dreijährigen KV-Lehre einen dreimonatigen Sprachaufenthalt in Australien und weiss von ihrer Kollegin, dass sie mit Kosten von ca. CHF 10'000.– rechnen muss.

- a) Sie hat sich ausgerechnet, dass sie ihr Sparziel am 31. Dezember des LAP-Jahres erreicht, wenn sie in jedem Lehrjahr am 1. Januar den gleichen Betrag einzahlt und das Konto zu 1.8% verzinst wird.

Wie hoch ist dieser Betrag (auf 5 Rp. genau)?

Lösungsdetails		Punkte
$1.018^3x + 1.018^2x + 1.018x = 10'000$		4
$x = 3'216.15$		2
Abzüge:	Fehlender Antwortsatz	-1

- b) Eine Mitschülerin findet die Idee eines Sprachaufenthaltes toll. Ihre Eltern haben vor Jahren für sie ein Konto mit CHF 4'452.– eröffnet, das mittlerweile auf CHF 10'000.– angewachsen ist. Das Konto war während der ersten Hälfte der Anlagezeit zu 4.5% und während der zweiten zu 3% verzinst.

Vor wie vielen Jahren haben die Eltern das Konto eröffnet?

Lösungsdetails		Punkte
$4'452 \cdot 1.045^n \cdot 1.03^n = 10'000$		4
$n = 11$		1
Vor 22 Jahren		1
Abzüge:	Fehlender Antwortsatz	-1