Mathematik

Serie 1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Hilfsmittel: Netzunabhängiger Taschenrechner
Beigelegte Formelsammlung

Bedingungen: Dokumentieren Sie den Lösungsweg auf dem Aufgabenblatt

- Unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt
- Lösungsschritte werden bewertet
- Resultate müssen eindeutig, aussagekräftig dargestellt sein
- Als Schreibmaterial sind Bleistift und Rotstift nicht gestattet
- ausgenommen: grafische Darstellung

Name: ______________________________ Vorname: ________________________

Kand.-Nummer: ______________________ Klasse: __________________________

Übersicht

Seite	Aufgabe	Mögliche Punkte	Erzielte Punkte
2-3	Aufgabe 1	12	
4	Aufgabe 2	5	
5	Aufgabe 3	10	
6-7	Aufgabe 4	8	
8	Aufgabe 5	4	
9	Aufgabe 6	9	
10	Aufgabe 7	4	
11-12	Aufgabe 8	20	
13	Aufgabe 9	14	
14	Aufgabe 10	8	
15	Aufgabe 11	6	
	Total	**100**	
		Note	

Examinator/Examinatorin ....

Experte / Expertin ....

Aufgabe 1 — 12 Punkte

Bestimmen Sie die Definitions- und Lösungsmengen folgender Gleichungssysteme.
G = IR x IR.

a) (6 Punkte)

$$\begin{array}{l|l|}
\text{I} & \dfrac{9}{y} + \dfrac{2}{x} = -6 \\[2ex]
\text{II} & \dfrac{3}{y} - \dfrac{6}{x} = 8
\end{array}$$

b) (6 Punkte)

$$\begin{array}{l|l|}
\text{I} & (2x+2)(3y-8) = (3x+4)(2y-3) \\
\text{II} & \dfrac{4}{x} = -\dfrac{14}{y-3}
\end{array}$$

Aufgabe 2

5 Punkte

Ermitteln Sie jeweils die lineare Funktionsgleichung, wenn folgende Daten gegeben sind:

a) Die Funktion besitzt die Steigung m = – 2 und verläuft durch den Punkt P(3.5 | 1.6).
(2 Punkte)

b) Die Punkte P(1.5 | 9) und Q(–3 | –12) liegen auf der Funktionsgeraden. (3 Punkte)

Aufgabe 3 **10 Punkte**

Ein Privathaushalt kann elektrische Energie zu zwei alternativen Tarifen beziehen:

Tarif I: Grundgebühr: 50.-- CHF/Monat und Preis pro kWh: 0.25 CHF.
Tarif II: Grundgebühr: 25.-- CHF/Monat und Preis pro kWh: 0.35 CHF.

a) Ermitteln Sie für beide Tarife die linearen Gesamtkostenfunktionen in Abhängigkeit des monatlichen Energieverbrauchs x. (2 Punkte)
b) Berechnen Sie den monatlichen Energieverbrauch, für den sich bei beiden Tarifen dieselben Kosten ergeben. (2 Punkte)
c) Zeichnen Sie beide Kostenfunktionen in ein einziges Koordinatensystem (Der Schnittpunkt muss ersichtlich sein). (4 Punkte)
d) Ab welchem Jahresverbrauch ist Tarif I günstiger als Tarif II? (2 Punkte)

Aufgabe 4 **8 Punkte**

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung. G= IR. (2 Punkte)

$$2x^2 - 7x = 2x$$

b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung. G= IR. (2 Punkte)

$$(x+8)(x-7) = 2x$$

c) Bestimmen Sie die Definitions- und die Lösungsmenge der folgenden Gleichung. G= IR.
(4 Punkte)

$$\frac{x+2}{x^2+4x+3}=1$$

Aufgabe 5 **4 Punkte**

Bei gleichzeitiger Einschaltung von drei Produktionsanlagen kann ein Auftrag in 5 Stunden erledigt werden. Wie lange benötigt jeder Automat allein, wenn der zweite Automat 5 Stunden weniger als der erste braucht und der dritte Automat doppelt so lang wie der erste?

Stellen Sie ***nur*** die zugehörige Gleichung auf, ***ohne*** sie zu lösen. Definitionsmenge und Lösungen sind ***nicht*** verlangt!

Aufgabe 6

9 Punkte

Gegeben sei folgende Funktion: $y = \frac{1}{16}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$

Bestimmen Sie von dieser Parabel:

a) die Nullstellen (2 Punkte)
b) den Scheitelpunkt (2 Punkte)
c) den Schnittpunkt mit der y-Achse (1 Punkt)
d) Zeichnen Sie diese Parabel (auf Millimeterpapier) und markieren Sie die berechneten Punkte. (4 Punkte)

Aufgabe 7 4 Punkte

Eine Parabel mit der Gleichung $y = 2x^2 + bx + c$ geht durch die Punkte P(0 | 0) und Q(–5 | 10).
Bestimmen Sie die Zahlenwerte für die Koeffizienten b und c.

Aufgabe 8

20 Punkte

In einer Fabrik werden sowohl Rollkoffer (x) als auch Taschen mit Rollen (y) hergestellt. Beide Arten werden aus dem gleichen Material gefertigt. Für einen Koffer werden 1,9 m Aussenmaterial und 1,2 m Futterstoff benötigt, für eine Tasche hingegen werden 1,5 m des Aussenmaterials, aber wegen der vielen Innentaschen ganze 2,8 m Futterstoff verarbeitet. Der Lagerbestand an Aussenmaterial beläuft sich auf 250 m, derjenige an Futterstoff auf 180 m. Geplant ist eine Gesamtproduktion von höchstens 230 Gepäckstücken. Der Anteil an Taschen soll mindestens 30% der Gesamtproduktion betragen. Für die Rollkoffer hat die Firma bereits einen Liefervertrag von 50 Stück vorliegen. Der Gewinn für eine Tasche beträgt CHF 82.--. Pro Rollkoffer erzielt die Firma dagegen CHF 30.-- weniger Gewinn.

(z) Erstellen Sie das lineare Programm inkl. der Zielfunktion für einen maximalen Gewinn **(keine Grafik)**. (9 Punkte)

b) Aufgrund verschiedener Engpässe in der Stofflieferung sowie Änderungen in der Produktion musste das lineare Programm folgendermassen umgestellt werden:
(1) $2{,}7x + 1{,}8y \leq 504$
(2) $1{,}5x + 4y \leq 640$
(3) $x + y \leq 210$
(4) $4y \geq x$
(5) $x \geq 40$
(z) $z = 45x + 75y$
Zeichnen Sie das Planungspolygon und die Zielfunktion für den maximalen Gewinn.
(7 Punkte)

c) Wie viele Rollkoffer und wie viele Taschen müssen hergestellt werden, um einen maximalen Gewinn zu erzielen? (2 Punkte)

d) Die Produktionsziele wurden geändert: neu möchte man bei der Herstellung von 140 Rollkoffer und 70 Taschen den maximalen Gewinn erreichen. Bestimmen Sie eine mögliche neue Steigung der Zielfunktion. (2 Punkte)

Aufgabe 9

14 Punkte

Kreuzen Sie jeweils die richtige Termumformung pro Teilaufgabe an:

a)	$\frac{x^2-1}{1-x}$	□ $x+1$ □ $x-1$	□ $-x-1$ □ $-x+1$
b)	$\frac{(a-b)^2}{(a^2-b^2)}\cdot\frac{(a+b)^2}{(a^2+b^2)}$	□ $\frac{(a^2-b^2)}{(a^2+b^2)}$ □ -1	□ $\frac{(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)}$ □ $+1$
c)	$\frac{\frac{(a+b)}{(a-b)}-1}{1-\frac{a}{a-b}}$	□ $\frac{a+b}{a}$ □ -2	□ $\frac{a+b}{-a}$ □ 0
d)	$-a^{-\frac{3}{4}}$	□ $\sqrt[3]{-a^4}$ □ $\frac{1}{\sqrt[3]{-a^4}}$	□ $-\sqrt[4]{a^3}$ □ $\frac{-1}{\sqrt[4]{a^3}}$
e)	$\frac{\sqrt[2]{n^3}}{\sqrt[3]{n^2}}$	□ $\sqrt[6]{n^5}$ □ 1	□ $\sqrt[6]{n^{10}}$ □ -1
f)	$\log_7 \frac{1}{49}$	□ $-\frac{1}{2}$ □ 2	□ $\frac{1}{2}$ □ -2
g)	$\log_a 2+\log_a 3-\log_a 4$	□ $\log_a 1.5$ □ $\log_a 1$	□ $\log_a 0.75$ □ $\log_a 0.5$

Aufgabe 10

8 Punkte

Ein Lottospieler gewinnt CHF 15'000.--, die er auf sein Bankkonto einzahlt. Er lässt das Geld 8 Jahre lang liegen und hat nach dieser Zeit CHF 5'000.-- mehr auf dem Konto als zum Zeitpunkt der Einzahlung.

a) Berechnen Sie den jährlichen Zinssatz. (2 Punkte)

b) Welchen Betrag hätte der Lottospieler 3 Jahre nach seinem Gewinn zusätzlich einzahlen müssen, damit er 8 Jahre nach dem Gewinn CHF 30'000.-- auf seinem Konto hätte? (Zinssatz aus Teil a)) (3 Punkte)

c) In welcher Zeit wäre sein ursprünglicher Lottogewinn bei 2.75% Zins um 50% gewachsen? (3 Punkte)

Aufgabe 11

6 Punkte

Eine maschinelle Anlage wird zu einem Barpreis von CHF 150'000.-- zu folgenden Zahlungsbedingungen verkauft: CHF 50'000.-- Anzahlung, Rest in zwei gleich grossen Raten einschliesslich 5.5% Jahreszinsen. Die erste Rate ist nach 2 Jahren, die zweite Rate nach weiteren 2 Jahren fällig. Berechnen Sie die jeweiligen Raten.