Mathematik Serie 1

Prüfungsdauer: 150 Minuten
Max. Punktzahl: 100 Punkte

Prüfungsbedingungen:

1. Kontrollieren Sie Ihr Prüfungsexemplar bei Beginn auf Vollständigkeit (siehe Seitenzahlen unten rechts).

2. Sie können die Aufgaben in beliebiger Reihenfolge lösen.

3. Sie dürfen einen netzunabhängigen Taschenrechner (kein Natel oder Handy) und die beigelegte Formelsammlung benutzen.

4. Dokumentieren Sie den Lösungsweg auf dem Aufgabenblatt (allenfalls Rückseite benutzen). Unbelegte Resultate werden nicht berücksichtigt. Fehlende Antwortsätze werden in Abzug gestellt.

5. Die Resultate müssen eindeutig und aussagekräftig dargestellt sein. Auch Lösungsschritte werden bewertet.

6. Am Ende der Prüfung sind sämtliche Unterlagen (mit Namen versehen) abzugeben.

7. Als Schreibmaterial sind Bleistift und Rotstift nicht gestattet (ausgenommen: grafische Darstellungen).

Das Prüfungsteam wünscht Ihnen viel Erfolg!

Name, Vorname: ____

Klassen-Nr.: ____________________

Aufgabe 1 8 Punkte

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Gleichung in der Grundmenge $\mathbb{G}=\mathbb{R}$.

$$\frac{32}{x^2-16}+1=\frac{4}{x-4}$$

Aufgabe 2 10 Punkte

Eine Treuhandfirma bestellt bei einem Importeur 20 neue Computer und 15 Notebooks; der Kostenvoranschlag beläuft sich auf CHF 130 000.--.
Wegen eines Irrtums werden jedoch 15 Computer und 20 Notebooks geliefert, wodurch sich die Rechnung um CHF 2 500.-- erhöht.

Berechnen Sie den Stückpreis der Computer und Notebooks.

Aufgabe 3

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem in der Grundmenge $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ auf: 10 Punkte

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{3}{y-3} = 1 \\ \dfrac{6}{x+1} + \dfrac{1}{y-3} = 5 \end{array} \right|$$

Aufgabe 4 14 Punkte

Der Vater kauft sich für CHF 15'000.-- ein neues Motorrad, das pro Jahr gleichmässig CHF 3'000.-- an Wert verliert.
Vater und Sohn schliessen beim Kauf des Motorrads eine Abmachung: der Sohn wird dem Vater zu einem späteren Zeitpunkt das Motorrad abkaufen. So beginnt der Sohn beim Kauf des Motorrads mit Sparen. Er hat bereits CHF 1'500.— und kann Ende Monat jeweils weitere CHF 200.— auf die Seite legen.

a) Stellen Sie die Funktionsgleichungen für den Zeitwert des Motorrades und für das ersparte Guthaben des Sohnes auf (ohne Berücksichtigung des Zinseszinses).
b) Stellen Sie die beiden Funktionen grafisch dar **(beiliegendes Millimeterpapier benutzen)**
c) Von wann an kann der Sohn dem Vater das Motorrad zum Zeitwert abkaufen? (Zeitwert, auch Restwert genannt = Neupreis minus kumulierte lineare Abschreibungen)
d) Nach 14 Monaten sparen muss der Sohn für 5 Monate in die Rekrutenschule. Während dieser Zeit kann er nichts auf die Seite legen. Anschliessend kann er wie vorgängig weiter sparen. Zeichnen Sie den neuen Sachverhalt ins gleiche Diagramm ein.
e) Bestimmen Sie den neuen Zeitpunkt des Kaufs möglichst genau.

Aufgabe 5

18 Punkte

Gegeben sind folgende Funktionen: $y_1 = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 3$ und $y_2 = \frac{1}{2}x + 1$

a) Berechnen Sie die Nullstellen der beiden Funktionen.

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Scheitelpunktes der Parabel.

c) Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in ein Koordinatensystem ein wobei die in den Teilaufgaben a) und b) bestimmten Punkte klar ersichtlich sein müssen **(beiliegendes Millimeterpapier benutzen).**

d) Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Funktionen.

Aufgabe 6 10 Punkte

Simone hat bei der Bank Gier ein Guthaben von CHF 120’000.—, das zu 2.1% verzinst wird. Andrea hat bei der Bank Raff Guthaben von CHF 95'000.—, das zu 2.6% verzinst wird.

a) Wie viel Geld hat Simone nach 20 Jahren auf ihrem Konto?
b) In wie vielen Jahren wird Andrea CHF 200'000.—auf ihrem Konto haben?
c) Wann werden beide gleichviel auf Ihrem Konto haben? Runden Sie auf ein Jahr genau.

Aufgabe 7 14 Punkte

a) Vereinfachen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{(a\sqrt{18}-\sqrt{8})^2}{6a-4}$$

b) Vereinfachen Sie den gegebenen Term so weit wie möglich.

$$\frac{a-a^2}{a^2+2a} : \frac{a^2-1}{a^2-4}$$

c) Vereinfachen Sie den Wurzelterm so weit wie möglich.

$$\sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^6}}$$

Fortsetzung der Aufgabe 7

d) Vereinfachen Sie den gegebenen Term so weit wie möglich.

$$\frac{a^3}{a^{n+1}} - \frac{a}{a^{n-1}}$$

e) Vereinfachen und kürzen Sie so weit wie möglich.

$$\frac{(18b^2 - 27b)^2}{9b^2}$$

f) Bestimmen Sie x der folgenden Gleichung in $\mathbb{G}=\mathbb{R}$.

$$8^{x+1} : 0.25^x = \sqrt{2}$$

g) Bestimmen Sie x der folgenden Gleichung in $\mathbb{G}=\mathbb{R}$.

$$3 \cdot \log_n \left(\frac{\sqrt[3]{n^2}}{n} \right) = x$$

Aufgabe 8

16 Punkte

In einem Kräuterladen soll eine Kräutermischung für Pizzas hergestellt werden. Sie soll aus getrocknetem Basilikum und Oregano gemischt werden. Insgesamt soll höchstens 5kg Kräutermischung entstehen.
Damit der Geschmack des Basilikums nicht überhand nimmt, darf höchstens 4 kg Basilikum verwendet werden. Von einer anderen Mischung sind noch 1.5kg getrockneter Oregano vorhanden, der aufgebraucht werden muss.
Für eine ausgewogene Mischung muss die Mischung aus mindestens 30% Basilikum bestehen.
Es sei x = Anzahl kg getrocknetes Basilikum und y = Anzahl kg getrockneter Oregano.

a) Stellen Sie das lineare Programm auf **(ohne Grafik).**

b) Im nächsten Monat wird die Kräutermischung aufgrund von Rückmeldungen der Kunden verändert. Das lineare Programm ändert sich wie folgt:

(a) $x + y \leq 6$
(b) $x + y \geq 3$
(c) $4x \leq 8y$
(d) $x \geq 1$
(e) $y \leq 3$

Das Basilikum kostet pro 100g CHF 3.–, der Oregano pro 100g CHF 2.–. Bestimmen Sie die Zielfunktion, wenn die Kosten minimal sein sollen. Zeichnen Sie das Planungspolygon und die Zielfunktion ein **(beiliegendes Millimeterpapier benutzen).**

c) Wie viel muss von jeder Kräutersorte genommen werden, damit die Kosten der Mischung minimal werden?

d) Wie viel kostet die Mischung dann pro 100g?